

DAO ĐỘNG & SÓNG CƠ

(Chương 8-9)

Bài giảng Vật lý đại cương

Tác giả: PGS. TS Đỗ Ngọc Uẩn

Viện Vật lý kỹ thuật

Trường ĐH Bách khoa Hà nội

Tự đọc:

Dao động, Sóng

- Điều kiện
hệ dao động:

- Vị trí cân bằng
- Lực kéo về vị trí cân bằng
- Quán tính

✓ Tổng hợp hai dao động Cùng tần số ω cùng phương x

Cùng tần số, Phương vuông góc

$$\frac{x^2}{a_1^2} + \frac{y^2}{a_2^2} - 2 \frac{xy}{a_1 a_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) = \sin^2(\varphi_2 - \varphi_1)$$

✓ Tổng hợp hai dao động vuông góc (Xem BT

1.1) Cùng tần số ω :

$$x = a_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$$

$$y = a_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$$

$$\frac{x^2}{a_1^2} + \frac{y^2}{a_2^2} - 2 \frac{xy}{a_1 a_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) = \sin^2(\varphi_2 - \varphi_1)$$

❖ Sự hình thành sóng cơ trong môi trường
chất

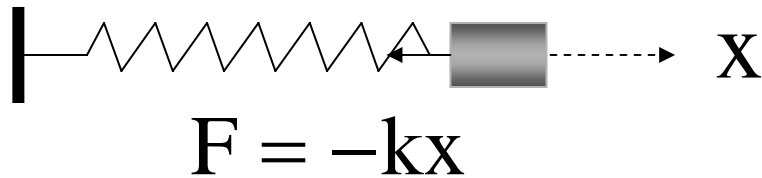
^ Các đặc trưng của sóng

Dao động: chuyển động được **lặp lại** nhiều lần theo thời gian

- **Điều kiện**
hệ dao động:

- Vị trí cân bằng
- Lực kéo về vị trí cân bằng
- Quán tính

1. Dao động cơ điều hoà



/ Không có ma sát ->
dao động cơ điều hoà

1.2. Phương trình dao động cơ điều hoà

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{k}{m} x = 0$$

$$\frac{k}{m} = \omega_0^2 \quad \frac{d^2 x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0 \quad \omega_0 > 0$$

$$x = A \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

0 Dao động điều hoà là dao động có độ dời là hàm số **SIN** hoặc **COS** theo thời gian

1.3. **Khảo sát dao động điều hoà**

- Biên độ dao động: $A = |x|_{\max}$

- Tần số góc riêng $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

- Pha của dao động: $(\omega_0 t + \varphi)$, $t=0 \rightarrow \varphi$ pha ban đầu.

- **Vận tốc con lắc:** $v = \frac{dx}{dt} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi)$

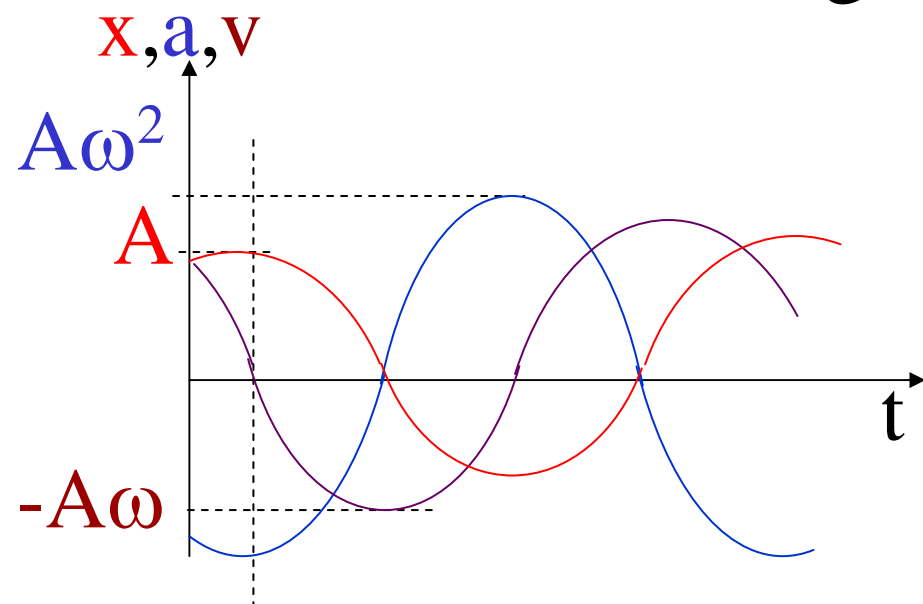
- Gia tốc con lắc $a = \frac{d^2x}{dt^2} = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi) = -\omega_0^2 x$

- Chu kì dao động: $x(t+T_0)=x(t)$,
 $v(t+T_0)=v(t)$, $a(t+T_0)=a(t)$

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

- Tần số riêng

$$\nu_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{\omega_0}{2\pi}$$



- Năng lượng dao động điều hoà

$$W_d = \frac{1}{2} m v^2$$

$$= \frac{1}{2} m A^2 \omega_0^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi)$$

Công do lực đàn hồi:

$$A_t = \int_0^x F dx = \int_0^x -kx dx = -\frac{kx^2}{2} \quad W_{t0} - W_t = -\frac{kx^2}{2}$$

Thế năng:

$$W_t = \frac{kx^2}{2} = \frac{1}{2}kA^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi) \quad k = m\omega_0^2$$

$$W_{tg} = W_d + W_t = \frac{1}{2}kA^2 [\sin^2(\omega_0 t + \varphi) + \cos^2(\omega_0 t + \varphi)]$$

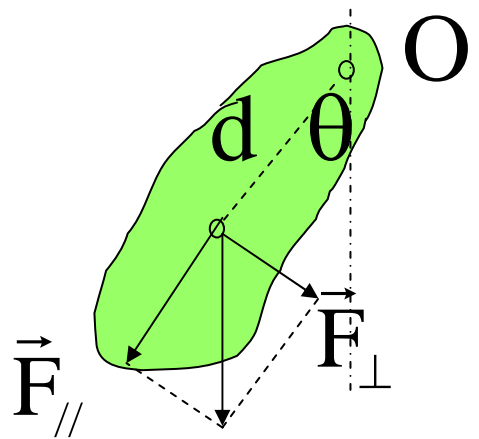
$$W = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}mA^2\omega_0^2 = \text{const}$$

Tần số góc riêng

$$\omega_0 = \frac{1}{A} \sqrt{\frac{2W}{m}}$$

1.5. Con lắc vật lý

$$\vec{P} = \vec{F}_{//} + \vec{F}_{\perp}$$



$$|\vec{F}_{\perp}| = Mg \sin \theta \approx Mg\theta$$

Phương trình cơ bản của vật rắn quay quanh trục O

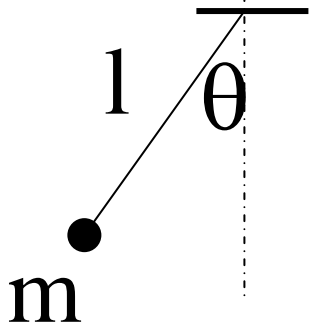
$$\vec{P} = Mg\vec{g}$$

$$I\beta = I \frac{d^2\theta}{dt^2} = \mu \quad I \frac{d^2\theta}{dt^2} = -Mg\theta d$$

$$\mu = -dF_{\perp} = -dMg\theta$$

Con lắc đơn

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{Mgd}{I} \theta = 0 \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{Mgd}{I}}$$



$$I = ml^2$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{mgl}{ml^2}} = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

2. Dao động cơ tắt dần

Do ma sát biên độ giảm dần theo thời gian=> tắt dần
Lực ma sát: $F_C = -rv$

2.1. Phương trình dao động tắt dần

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx - r \frac{dx}{dt} \qquad \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{r}{m} \frac{dx}{dt} + \frac{k}{m} x = 0$$

$$\frac{k}{m} = \omega_0^2 \qquad \frac{r}{m} = 2\beta \qquad \frac{d^2 x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0$$

$$x = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi) \qquad T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}$$
$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$$

2.2. **Khảo sát** dao động tắt dần

Biên độ dao động theo thời gian $A = A_0 e^{-\beta t}$

$$-A_0 e^{-\beta t} \leq x \leq A_0 e^{-\beta t}$$

Lượng giảm loga

$$\delta = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \ln \frac{A_0 e^{-\beta t}}{A_0 e^{-\beta(t+T)}} = \ln e^{\beta T}$$

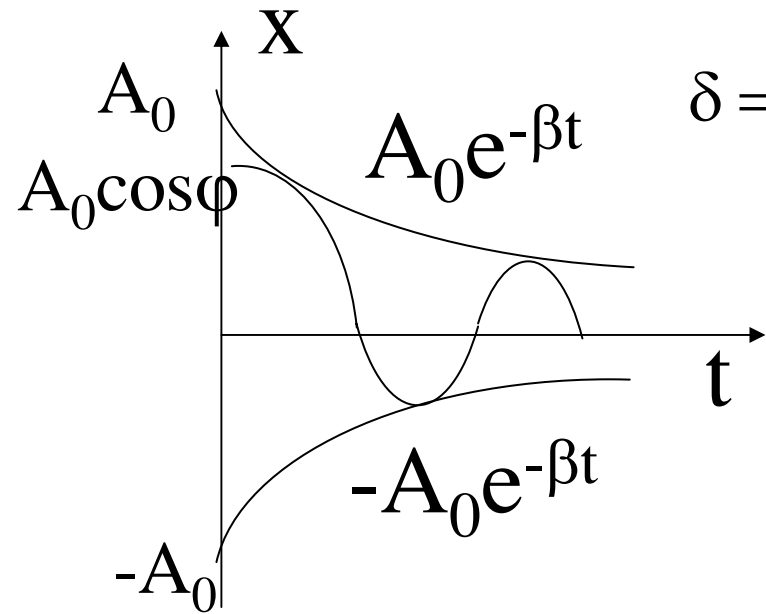
$$\delta = \beta T$$

Nhận xét:

- $T > T_0$
- $\omega_0 > \beta$ mới có dao động

• $\omega_0 \leq \beta$ lực cản quá lớn không có dao động

Biên độ giảm theo dạng hàm e mũ $\rightarrow 0$



3. Dao động cơ **cưỡng bức**

- Dao động dưới tác động ngoại lực tuần hoàn.
(bù năng lượng thắng lực cản) \rightarrow Hệ dao động với tần số cưỡng bức

3.1. Phương trình dao động cơ cưỡng bức

Lực đàn hồi: $F_{dh} = -kx$, **Lực cản:** $F_C = -rv$,

Lực cưỡng bức: $F_{CB} = H \cos \Omega t$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{r}{m} \frac{dx}{dt} + \frac{k}{m} x = \frac{H}{m} \cos \Omega t \quad \frac{k}{m} = \omega_0^2$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{H}{m} \cos \Omega t \quad \frac{r}{m} = 2\beta$$

. Phương trình không thuần nhất có nghiệm:

$$x = x_{td} + x_{cb}$$

- Sau thời gian dao động tắt dần bị tắt, chỉ còn lại dao động cưỡng bức:

$$H \quad x = x_{cb} = A \cos(\Omega t + \Phi)$$

$$A = \frac{H}{m \sqrt{(\Omega^2 - \omega_0^2)^2 + 4\beta^2 \Omega^2}}$$

$$\text{tg}\Phi = -\frac{2\beta\Omega}{\Omega^2 - \omega_0^2}$$

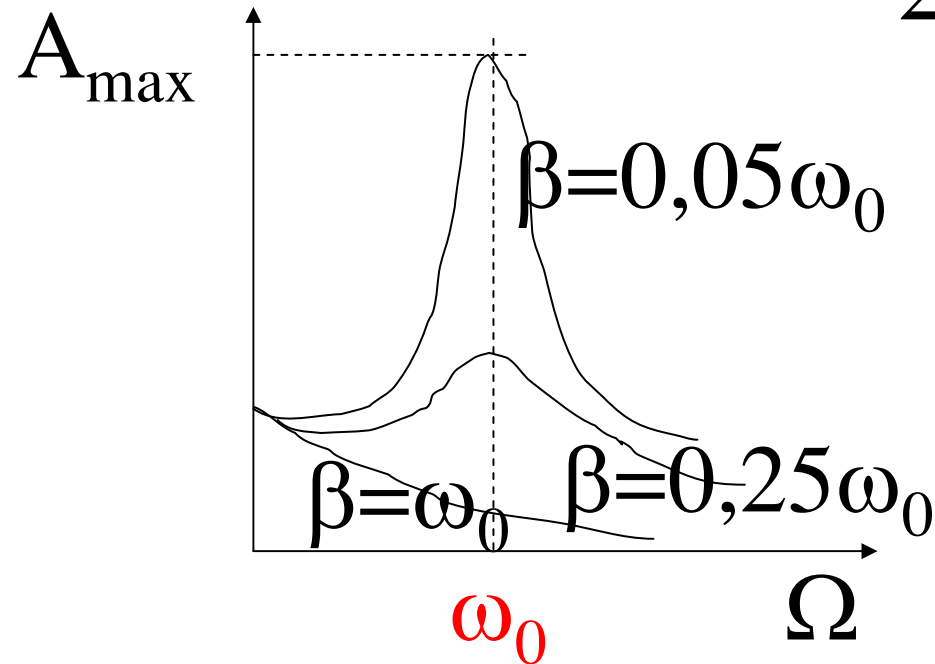
3.2. Khảo sát dao động cơ cưỡng bức

$\frac{dA}{d\Omega} = 0$	Ω	0	$\sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$	∞
	A	$\frac{H}{m\omega_0^2}$	A_{\max}	0

- Tần số cộng hưởng: $\Omega = \Omega_{ch}$ xảy ra cộng hưởng $\rightarrow A = A_{max}$

$$\Omega_{ch} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$$

$$A_{max} = \frac{H}{2\beta m \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}$$



- β càng nhỏ hơn ω_0 cộng hưởng càng nhọn

- $\beta=0 \rightarrow \Omega = \omega_0$ cộng hưởng **nhọn**

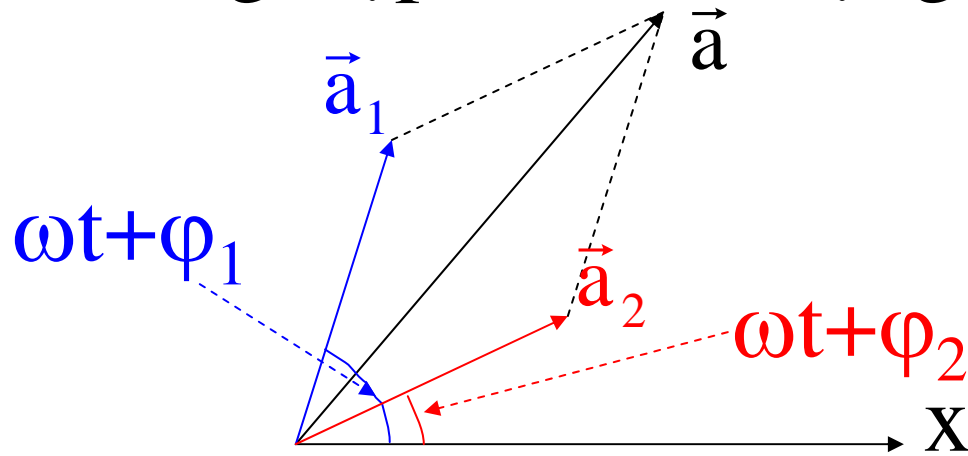
3.3. Ứng dụng hiện tượng cộng hưởng

/ **Lợi:** Dùng lực nhỏ duy trì dao động
Đo tần số dòng điện-tần số kế

. **Hại:** gây phá huỷ -> tránh cộng hưởng

4. Tổng hợp, phân tích các dao động (Tự đọc)

" Tổng hợp hai dao động cùng phương x:



~ Cùng tần số ω :

$$x_1 = a_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$$

$$x_2 = a_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$$

$$x = a \cdot \cos(\omega t + \varphi)$$

$$a = [a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)]^{1/2}$$

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{a_1 \sin \varphi_1 + a_2 \sin \varphi_2}{a_1 \cos \varphi_1 + a_2 \cos \varphi_2}$$

↙ Tần số $\omega_1 \approx \omega_2$, $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi$, $a_1 = a_2 = a_0$:

$$x_1 = a_0 \cos(\omega_1 t + \varphi) \quad x_2 = a_0 \cos(\omega_2 t + \varphi)$$

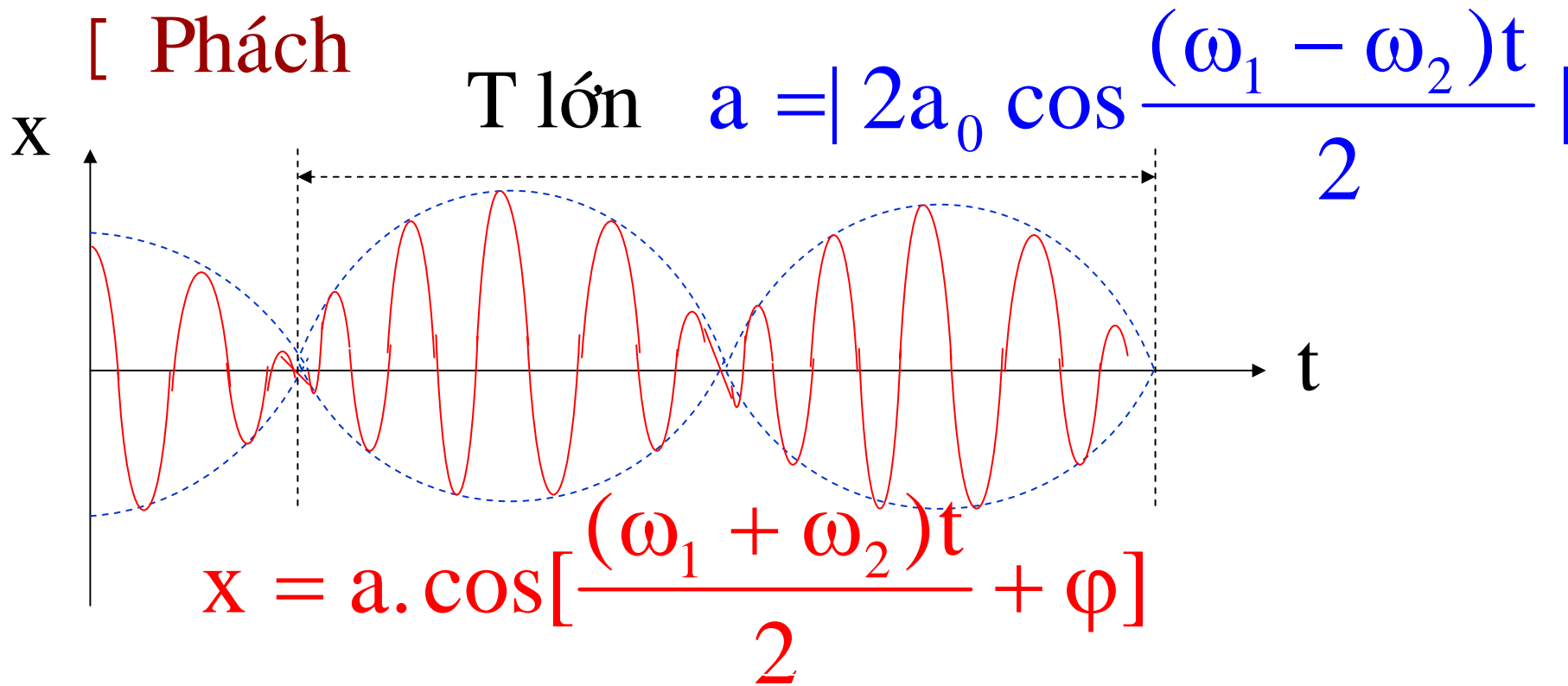
$$a^2 = 2a_0^2 + 2a_0^2 \cos[(\omega_1 - \omega_2)t + (\varphi - \varphi)]$$

$$a^2 = 2a_0^2 (1 + \cos[(\omega_1 - \omega_2)t])$$

$$a^2 = 4a_0^2 \cos^2 \frac{(\omega_1 - \omega_2)t}{2} \quad \text{Chu kì biên độ lớn}$$

$$a = \left| 2a_0 \cos \frac{(\omega_1 - \omega_2)t}{2} \right| \quad T = \frac{4\pi}{\omega_1 - \omega_2}$$

$$x = a \cdot \cos \left[\frac{(\omega_1 + \omega_2)t}{2} + \varphi \right]$$



. Phách là hiện tượng tổng hợp hai dao động điều hoà thành dao động biến đổi **không điều hoà** có tần số rất thấp bằng hiệu tần số của 2 dao động thành phần

/ Ứng dụng trong kĩ thuật vô tuyến

Tổng hợp hai dao động vuông góc (Xem BT

1.1) Cùng tần số ω :

$$x = a_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$$

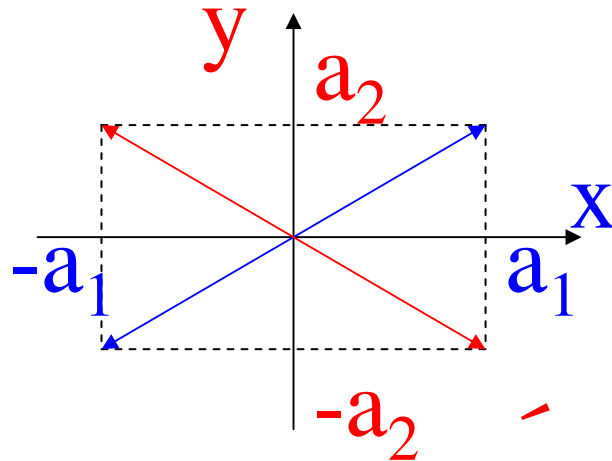
$$y = a_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$$

$$\frac{x^2}{a_1^2} + \frac{y^2}{a_2^2} - 2 \frac{xy}{a_1 a_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) = \sin^2(\varphi_2 - \varphi_1)$$

Quỹ đạo Ellip

$$\varphi_2 - \varphi_1 = 2k\pi$$

$$\frac{x}{a_1} - \frac{y}{a_2} = 0$$

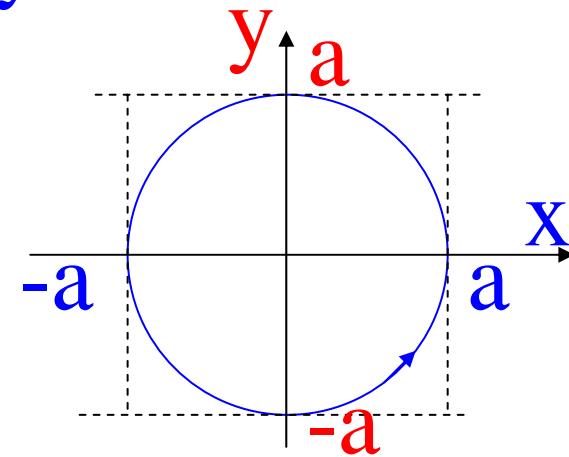
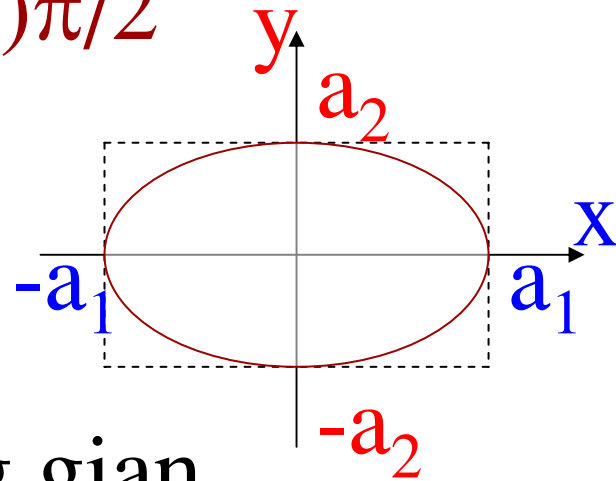


$$\varphi_2 - \varphi_1 = (2k+1)\pi$$

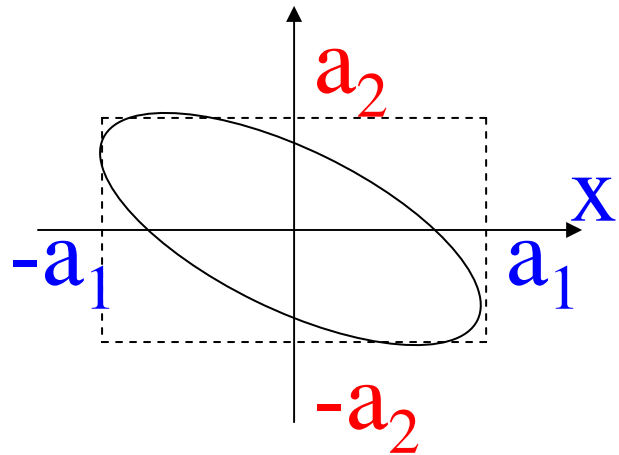
$$\hat{\varphi}_2 - \varphi_1 = (2k+1)\pi/2$$

$$x^2 + y^2 = a^2$$

$$\frac{x^2}{a_1^2} + \frac{y^2}{a_2^2} = 1$$



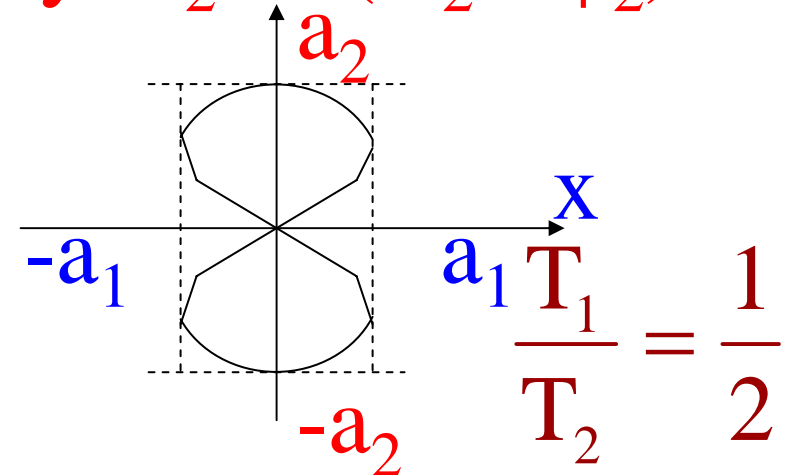
Trường hợp trung gian



~ Khác tần số ω :

$$x = a_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1)$$

$$y = a_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2)$$



Quỹ đạo tùy thuộc vào

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} \text{ hay } \frac{T_1}{T_2}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{2}$$

Sóng cơ

1. Các khái niệm mở đầu

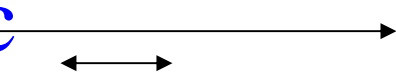
(Tự đọc) 1.1. Sự hình thành sóng cơ trong môi trường chất

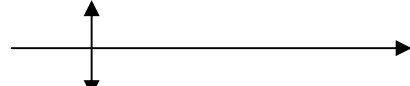
- Những dao động cơ lan truyền trong môi trường đàn hồi gọi là sóng cơ hay sóng đàn hồi

Vật kích động: dao động tử/nguồn sóng

Phương truyền: tia sóng

Không gian sóng truyền qua: trường sóng

• **sóng dọc** 
rắn, lỏng, khí: **đàn**
hồi thể tích

• **sóng ngang** 
rắn: **đàn hồi hình dạng**

- Các điểm dao động cùng pha: **Mặt sóng**

- Ranh giới giữa 2 phần môi trường sóng truyền qua và chưa qua: **Mặt đầu sóng**

^ **Các đặc trưng của sóng**

- **Vận tốc sóng dọc**

α Hệ số đàn hồi

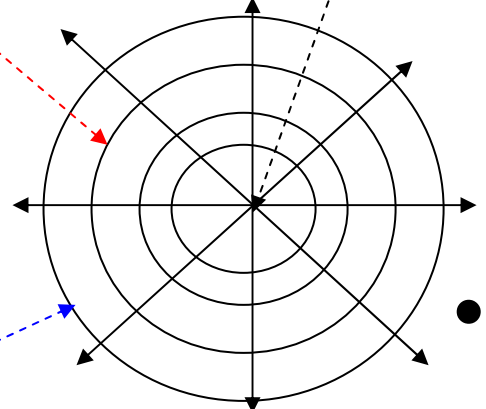
E Môđun đàn hồi

ρ khối lượng riêng của môi trường

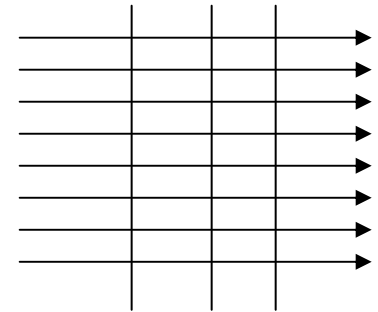
$$v = \sqrt{\frac{1}{\alpha\rho}} = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

- Sóng cầu

Nguồn sóng



Tia sóng



- Sóng phẳng

- **Vận tốc sóng ngang**

$$v = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$$

G Môđun trượt
trượt

- Chu kì T và tần số ν là chu kì và tần số của phần tử dao động trong môi trường

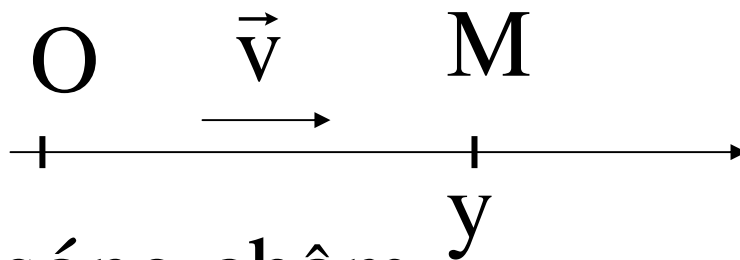
- Bước sóng: λ là quãng đường truyền sóng trong thời gian 1 chu kì T $\lambda = \nu T = \frac{\nu}{\nu}$

Khoảng cách ngắn nhất giữa các điểm có cùng pha (*Hết tự đọc*)

2. Hàm sóng

Tại O sóng phẳng

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$$



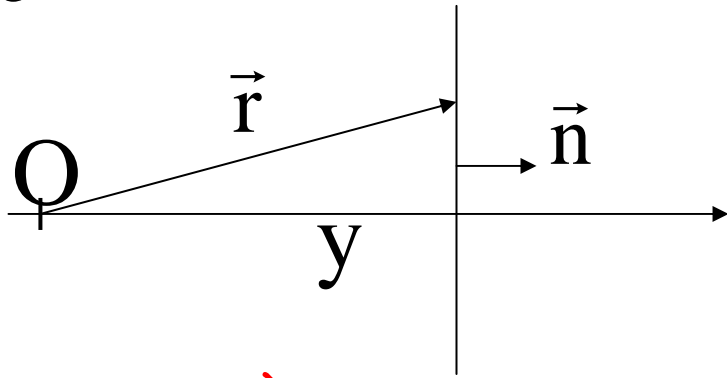
Tại M sóng chậm
pha $t' = t + y/\nu$

$$x(t') = A \cos\left[\omega\left(t - \frac{y}{\nu}\right) + \varphi\right]$$

Coi $\varphi=0$, hàm sóng tại điểm y bất kì cách O :

$$x = A \cos \omega \left(t - \frac{y}{v} \right) = A \cos \left(\omega t - \frac{2\pi y}{T v} \right)$$

$x = A e^{-i \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} y \right)}$ Véc tơ sóng $\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \vec{n}$ $\vec{k}\vec{r} = \frac{2\pi}{\lambda} y$



Không gian ba chiều

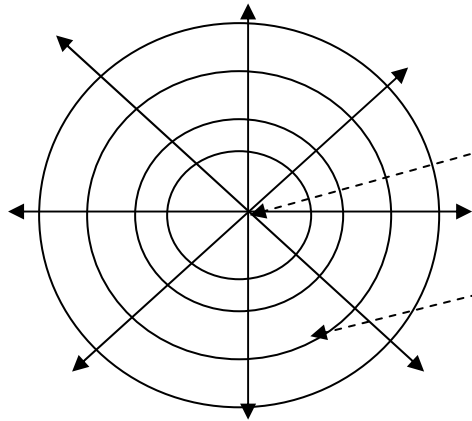
sóng lan truyền từ
 O ra xa vô cùng:

$$\psi(\vec{r}, t) = \psi_0 e^{-i(\omega t - \vec{k}\vec{r})}$$

sóng lan truyền từ
vô cùng về O :

$$\psi(\vec{r}, t) = \psi_0 e^{-i(\omega t + \vec{k}\vec{r})}$$

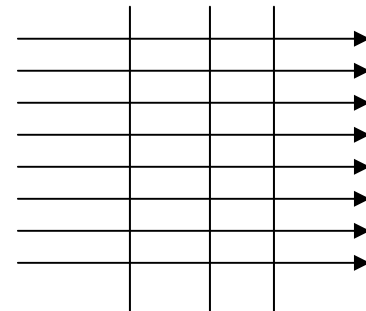
- Sóng cầu



Nguồn sóng là nguồn điểm,
mặt sóng là mặt cầu

- Sóng phẳng:

- Các tia sóng song song với nhau, mặt sóng là mặt phẳng



4. Năng lượng của sóng cơ

Năng lượng của sóng: Môi trường đồng nhất đẳng hướng. Xét thể tích δV

u - Vận tốc phân tử dao động

$$\delta W = \delta W_{\text{đ}} + \delta W_{\text{t}}$$

$$\delta W_{\text{đ}} = \frac{\mu u^2}{2} \quad m = \delta V \rho \quad u = \frac{dx}{dt} = -A\omega \sin\left(\omega t - \frac{2\pi y}{\lambda}\right)$$

$$\delta W_{\text{đ}} = \frac{1}{2} \rho \delta V A^2 \omega^2 \sin^2\left(\omega t - \frac{2\pi y}{\lambda}\right)$$

$$\delta W_{\text{t}} = \frac{1}{2} \frac{1}{\alpha} \left(\frac{dx}{dy}\right)^2 \delta V$$

$$\frac{dx}{dy} = \frac{A\omega}{v} \sin\left(\omega t - \frac{2\pi y}{\lambda}\right)$$

$$\delta W_{\text{t}} = \frac{1}{2} \rho \delta V A^2 \omega^2 \sin^2\left(\omega t - \frac{2\pi y}{\lambda}\right)$$

$$v = \sqrt{\frac{1}{\alpha \rho}}$$

$$\delta W = \rho \delta V A^2 \omega^2 \sin^2 \left(\omega t - \frac{2\pi y}{\lambda} \right)$$

- Mật độ năng lượng: trong đơn vị thể tích

$$\varpi = \frac{\delta W}{\delta V} = \rho A^2 \omega^2 \sin^2 \left(\omega t - \frac{2\pi y}{\lambda} \right)$$

- Mật độ năng lượng trung bình của sóng

$$\varpi_{tb} = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2$$

- Năng thông sóng, véc tơ Umốp-Poynting

Năng thông sóng P qua một mặt nào đó trong môi trường là đại lượng về trị số bằng năng lượng sóng gửi qua mặt đó trong 1 đv thời gian:

$$P = \varpi S v$$

• Giá trị trung bình của năng thông sóng $\bar{P} = \varpi_{tb} S v = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2 S v$

• Mật độ năng thông sóng trung bình: gửi qua một đv diện tích $\bar{\Phi} = \frac{\bar{P}}{S} = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2 v = \varpi_{tb} v$

véc tơ Umôp-Poynting $\vec{\Phi} = \varpi_{tb} \vec{v}$